A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri,

Matematica Numerica

3a Edizione. Springer, Milano 2008

Errata Corrige

16 aprile 2013

pag. 29: suggerimento per lo svolgimento dell'Es. 4. Osservare che $\mathrm{I} + \mathrm{B} = 2\mathrm{I} - (\mathrm{I} - \mathrm{B})$

pag. 73, riga -1: "$i \neq j$" deve essere sostituita da "$i \leq j$"

pag. 83, riga -9: "(ovvero $\tilde{\mathrm{Q}}^{-1} = \tilde{\mathrm{Q}}^T$)" deve essere sostituita da "(ovvero $\tilde{\mathrm{Q}}^T\tilde{\mathrm{Q}} = \mathrm{I}_n$, essendo I_n la matrice di identità di ordine n)"

pag. 125: Dopo la formula (4.28) aggiungere:
"dove in questo caso $K_2(\mathrm{P}^{-1}\mathrm{A}) = \lambda_1/\lambda_n$."

pag. 126, riga -9: "La matrice R_α è s.d.p." deve essere sostituita da "La matrice R_α è simmetrica"

pag. 141, riga -7: "S_{k-1}" deve essere sostituita da "V_{k-1}"

pag. 141, riga -6: "S_{n-1}" deve essere sostituita da "V_{n-1}"

pag. 141: Aggiungere dopo la (4.48):
"dove $K_2(\mathrm{A}) = \lambda_1/\lambda_n$ ed essendo λ_1 il massimo autovalore di A e λ_n quello minimo."

pag. 209, riga -1: la formula "$|e^{(k)}| \leq |\mathcal{I}_k|/2 \leq (b-a)/2^{k-1}$, $k \geq 0$" deve essere sostituita da "$|e^{(k)}| \leq |\mathcal{I}_k|/2 \leq (b-a)/2^{k+1}$, $k \geq 0$"

pag. 214, riga 1,2: la frase "Supponendo $f \in C^1(\mathcal{I})$ e assumendo $f'(\alpha) \neq 0$ (ovvero α radice semplice),"
deve essere sostituita da
"Supponendo $f \in C^1(\mathcal{J})$ e assumendo $f'(x) \neq 0,\ \forall x \in \mathcal{J} \setminus \{\alpha\}$"

pag. 215, riga 3,4: la frase "... da un incremento nell'ordine di convergenza, essendo questo un metodo di ordine 2"
deve essere sostituita da "... da un incremento nell'ordine di convergenza quando la radice α è semplice (ovvero tale che $f'(\alpha) \neq 0$). In tal caso infatti il metodo di Newton risulta convergente di ordine 2"

pag. 219, riga 16: "ϕ continua e derivabile in un intorno $\mathcal{J}$ di α" deve essere sostituita da
"ϕ continua e derivabile con continuità in un intorno $\mathcal{J}$ di α"

pag. 219, riga 19,20: "$x^{(n)}$" deve essere sostituita da "$x^{(k)}$"
"$x^{(n+1)}$" deve essere sostituita da "$x^{(k+1)}$"

pag. 221, riga -8: "il metodo (6.16) non è più del second'ordine" deve essere sostituita da
"(ovvero $f'(\alpha) = 0, \ \ldots, f^{(m-1)}(\alpha) = 0$) , il metodo di Newton (6.16) converge ancora, purché $x^{(0)}$ sia scelto opportunamente e $f'(x) \neq 0 \ \forall x \in \mathcal{J} \setminus \{\alpha\}$, ma con ordine uno anziché due."

pag. 250, esercizio 6: "Analizzare la convergenza del metodo di punto fisso $x^{(k+1)} = \phi_j(x^{(k)})$ per il calcolo delle radici $\alpha_1 = -1$ e $\alpha_2 = 2$ della funzione $f(x) = x^2 - x - 2$, in corrispondenza delle funzioni di iterazione: $\phi_1(x) = x^2 - 2$, $\phi_2(x) = \sqrt{2+x}$ $\phi_3(x) = -\sqrt{2+x}$ e $\phi_4(x) = 1 + 2/x$, $x \neq 0$.
[*Soluzione*: con ϕ_1 non è convergente, con ϕ_2 e ϕ_4 lo è solo ad α_2, con ϕ_3 è convergente solo ad α_1.]"
deve essere sostituito da :
"Analizzare il comportamento (in merito alla consistenza e alla convergenza) delle iterazioni di punto fisso $x^{(k+1)} = \phi_j(x^{(k)})$ per il calcolo delle radici $\alpha_1 = -1$ e $\alpha_2 = 2$ della funzione $f(x) = x^2 - x - 2$, in corrispondenza delle funzioni di iterazione: $\phi_1(x) = x^2 - 2$, $\phi_2(x) = \sqrt{2+x}$, $\phi_3(x) = -\sqrt{2+x}$ e $\phi_4(x) = 1 + 2/x$, $x \neq 0$.
[*Soluzione*: il metodo con ϕ_1 e ϕ_4 è consistente per il calcolo di entrambi gli zeri, mentre per ϕ_2 è consistente solo per α_2 e per ϕ_3 solo per α_1. Con ϕ_1 non è convergente, con ϕ_2 e ϕ_3 lo è, mentre con ϕ_4 lo è solo ad

α_2.]”

pag. 300, riga 6: “segue immediatamente (8.29).” deve essere sostituita da “segue immediatamente (8.29), avendo posto $\gamma_n = (n+2)$”.

pag. 306, riga -3: “$\int_0^\pi (e^{x/2} + \cos 4x)dx = 2(e^\pi - 1) \simeq 7.621$,”
deve essere sostituita da
“$\int_0^\pi (e^{x/2} + \cos 4x)dx = 2(e^{\pi/2} - 1) \simeq 7.621$,”

pag. 348, riga 14:
“$\Pi_N^F f(x_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k e^{ikjh} e^{-ijh\frac{N}{2}} = \sum_{l=0}^{N-1} f(x_l) \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-ik(l-j)h} \right] = f(x_j)$.”
deve essere sostituita da
“$\Pi_N^F f(x_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k e^{ikjh} e^{-ijh\frac{N}{2}} = \sum_{l=0}^{N-1} f(x_l) \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-ik(l-j)h} e^{i\pi(l-j)} \right] =$
$f(x_j)$.”

pag. 348, formula (9.60):
“$f(x_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k e^{ik(j-\frac{N}{2})h} = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k W_N^{-(j-\frac{N}{2})k}, \ j = 0, \dots, N-1$.”
deve essere sostituita da
“$f(x_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k e^{ij(k-\frac{N}{2})h} = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k W_N^{-(k-\frac{N}{2})j}, \ j = 0, \dots, N-1$.”

pag. 348, formula -3:
“$C_{jk} = W_N^{-(j-\frac{N}{2})k}, \quad j,k = 0, \dots, N-1$.”
deve essere sostituita da
“$C_{jk} = W_N^{-(k-\frac{N}{2})j}, \quad j,k = 0, \dots, N-1$.”

pag. 350: Il Programma 77 funziona correttamente, tuttavia le variabili `j` e `k` potrebbero essere scambiate in modo che assumano lo stesso significato che hanno nella definizione della matrice C a pag. 348. La nuova versione del programma `idft` è:

```
function fv = idft(N,fc)
%IDFT inversa della trasformata Discreta di Fourier.
%   FV=IDFT(N,F) calcola i coefficienti dell'inversa
%   della trasformata discreta di Fourier di una funzione F.
```

```
h  = 2*pi/N; wn = exp(-i*h);
for j=0:N-1
   s = 0;
   for k=0:N-1
      s = s + fc(k+1)*wn^(-j*(k-N/2));
   end
   fv (j+1) = s;
end
return
```

pag. 359, esercizio 5: "Si determinino pesi e nodi della seguente formula di quadratura,

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{i=0}^{n} \omega_i f(x_i),$$

in modo che l'ordine sia massimo, nei casi in cui

$$\begin{array}{ll} \omega(x) = \sqrt{x}, & a = 0, \quad b = 1, n = 1; \\ \omega(x) = 2x^2 + 1, & a = -1, b = 1, n = 0; \\ \omega(x) = \begin{cases} 2 \text{ per } 0 < x \leq 1, \\ \\ 1 \text{ per } -1 \leq x \leq 0 \end{cases} & a = -1, b = 1, n = 1. \end{array}$$

[*Soluzione*: per $\omega(x) = \sqrt{x}$, si trovano i nodi $x_1 = \frac{5}{9} + \frac{2}{9}\sqrt{10/7}$, $x_2 = \frac{5}{9} - \frac{2}{9}\sqrt{10/7}$ ed i pesi di conseguenza (ordine 3); per $\omega(x) = 2x^2 + 1$, si ha $x_1 = 3/5$ e $\omega_1 = 5/3$ (ordine 1); per $\omega(x) = 2x^2 + 1$, si trova $x_1 = \frac{1}{22} + \frac{1}{22}\sqrt{155}$, $x_2 = \frac{1}{22} - \frac{1}{22}\sqrt{155}$ (ordine 3).]"
deve essere sostituito da :
"Si determinino i nodi x_i ed i coefficienti α_i della seguente formula di quadratura

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i f(x_i),$$

in modo che l'ordine sia massimo, nei casi in cui

(A) $w(x) = \sqrt{x}$, $\quad a = 0, \quad b = 1, n = 1;$

(B) $w(x) = 2x^2 + 1$, $\quad a = 0, \quad b = 1, n = 0;$

(C) $w(x) = \begin{cases} 2 \text{ per } 0 < x \leq 1, \\ \\ 1 \text{ per } -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$ $\quad a = -1, b = 1, n = 1.$

[*Soluzione*: nel caso (A) si trovano i nodi $x_0 = \frac{5}{9} + \frac{2}{9}\sqrt{10/7}$, $x_1 = \frac{5}{9} - \frac{2}{9}\sqrt{10/7}$ ed i coefficienti α_i di conseguenza (ordine 3); nel caso (B) si ha $x_0 = 3/5$ e $\alpha_0 = 5/3$ (ordine 1); nel caso (C) si trova $x_0 = \frac{1}{22} + \frac{1}{22}\sqrt{155}$, $x_1 = \frac{1}{22} - \frac{1}{22}\sqrt{155}$ (ordine 3).]"

pag. 367: La definizione (10.4) di zero-stabilità deve essere sostituita come segue:

Definizione 10.4 (zero-stabilità per metodi ad un passo) Il metodo numerico (10.11) per la risoluzione del problema (10.1) è *zero-stabile* se

$\exists h_0 > 0$, $\exists C > 0$ ed $\exists \varepsilon_0 > 0$ tali che $\forall h \in (0, h_0]$ e $\forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, se $|\delta_n| \leq \varepsilon$, $0 \leq n \leq N_h$, allora

$$|z_n^{(h)} - u_n^{(h)}| \leq C\varepsilon, \qquad 0 \leq n \leq N_h,$$

dove $z_n^{(h)}$ e $u_n^{(h)}$ sono rispettivamente le soluzioni dei problemi

$$\begin{cases} z_{n+1}^{(h)} = z_n^{(h)} + h\left[\Phi(t_n, z_n^{(h)}, f(t_n, z_n^{(h)}); h) + \delta_{n+1}\right], \ n = 0, \ldots, N_h - 1 \\ \\ z_0^{(h)} = y_0 + \delta_0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1}^{(h)} = u_n^{(h)} + h\Phi(t_n, u_n^{(h)}, f(t_n, u_n^{(h)}); h), \ n = 0, \ldots, N_h - 1 \\ \\ u_0^{(h)} = y_0. \end{cases}$$

pag. 382, riga 12: La frase "Si noti che il LTE è esattamente $\mathcal{L}[y(t_n); h]$." deve essere sostituita da "Si noti che il LTE è esattamente $\frac{1}{h}\mathcal{L}[y(t_n); h]$."

pag. 382, riga 15,16: Le righe "Di conseguenza, se un metodo MS ha ordine q e $y \in C^{q+1}(I)$, si ha

$$\tau_{n+1}(h) = C_{q+1}h^{q+1}y^{(q+1)}(t_{n-p}) + \mathcal{O}(h^{q+2})."$$

devono essere sostituite da

"Di conseguenza, se

$$C_0 = C_1 = \ldots = C_q = 0, \tag{0.1}$$

allora

$$\mathcal{L}[y(t_n); h] = h\tau_{n+1}(h) = C_{q+1}h^{q+1}y^{(q+1)}(t_{n-p}) + \mathcal{O}(h^{q+2})$$

Per la Definizione 10.9 il metodo MS ha ordine q. Si noti che le condizioni (10.51) implicano che i coefficienti $\{a_j, b_j\}$ soddisfino delle condizioni algebriche, come vedremo nel Teorema 10.3. Precisiamo che una diversa scelta del punto attorno al quale vengono sviluppati i termini $w(t-jh)$ e $w'(t-jh)$ porterebbe, a priori, ad un insieme di costanti $\{C_k\}$ differenti. Tuttavia, come viene osservato in [85, pp. 48-49], il primo coefficiente non nullo C_{q+1} è invariante rispetto alla scelta del punto attorno al quale si genera lo sviluppo di Taylor (mentre non lo sono i coefficienti C_{q+j}, con $j \geq 2$)."

pag. 388, riga -1: "$\forall h < h_0$" deve essere sostituita da "$\forall h \leq h_0$"

pag. 389, formula (10.63): La (10.63) deve essere sostituita da "$\exists h_0 > 0,\ \exists C > 0,\ \exists \varepsilon_0 > 0 : \quad \forall h \in (0, h_0],\ \forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0],\ \text{se } |\delta_n| \leq \varepsilon,\ 0 \leq n \leq N_h$, allora

$$|z_n^{(h)} - u_n^{(h)}| \leq C\varepsilon, \qquad 0 \leq n \leq N_h,$$

"

pag. 389: Le ultime due righe della definizione 10.13 devono essere sostituite da:
"per $p \leq n \leq N_h - 1$, $w_0^{(h)} = y_0$ e $w_k^{(h)}$, $k = 1, \ldots, p$, sono p valori iniziali generati usando un altro schema numerico."

pag. 392, formula (10.66): La (10.66) deve essere sostituita da: "

$$\exists h_0 > 0,\ \exists C > 0 : \ \forall h \in (0, h_0] \qquad |u_n| \leq C(|u_0| + \ldots + |u_p|), \quad \forall n \geq p+1.$$

"

pag. 403, riga 4: "u_{n+1}, supponendo" deve essere sostituita da "u^*_{n+1}, ottenuta supponendo"

pag. 403, riga 9: La formula
"$u_{n+1} = y_n + hF(t_n, y_n, h; f) = y_n + h(b_1K_1 + b_2K_2)$,"
deve essere sostituita da
"$u^*_{n+1} = y_n + hF(t_n, y_n, h; f) = y_n + h(b_1K_1 + b_2K_2)$,"

pag. 403, riga 16: "u_{n+1} si ottiene" deve essere sostituita da
"u^*_{n+1} si ottiene"

pag. 403, riga 17: La formula
"$u_{n+1} = y_n + hf_n(b_1 + b_2) + h^2c_2b_2(f_{n,t} + f_nf_{n,y}) + \mathcal{O}(h^3)$"
deve essere sostituita da
"$u^*_{n+1} = y_n + hf_n(b_1 + b_2) + h^2c_2b_2(f_{n,t} + f_nf_{n,y}) + \mathcal{O}(h^3)$"

pag. 404: A partire dalla formula (10.74) e fino alla formula (10.76) (incluse),
"u_{n+1}" deve essere sostituita da "u^*_{n+1}",
"$\widehat{u}_{n+1}$" deve essere sostituita da "$\widehat{u}^*_{n+1}$".

pag. 404: Sotto la formula (10.76) si aggiunga la seguente frase:
"Nella pratica, non essendo note le quantità u^*_{n+1} e $\widehat{u}^*_{n+1}$, si procede valutando

$$\mathcal{E} = \frac{u_{n+1} - \widehat{u}_{n+1}}{(2^{p+1} - 1)},$$

essendo u_{n+1} e $\widehat{u}_{n+1}$ le soluzioni numeriche ottenute con passo h e $2h$, rispettivamente."

pag. 451, riga 13: la frase "(si veda l'Esercizio 3)" deve essere sostituita da :
"(si veda a tale proposito l'Esercizio 3 del Capitolo 4, osservando che $h^2\mathrm{A}_{\mathrm{fd}}$ coincide con la matrice A (dell'Esercizio in questione) con $\alpha = 2$)"

pag. 453, riga -7,-1: Le frasi "e si può dunque operarne, a $t = 0$, la decomposizione di Cholesky $\mathrm{K} = \mathrm{H}^T\mathrm{H}$, con H triangolare superiore (si veda la Sezione 3.4.2. Pertanto, ad ogni istante temporale è necessario risolvere i due seguenti sistemi lineari triangolari, ciascuno di dimensione pari a N_h, con un costo computazionale di $N_h^2/2$ flops:"
devono essere sostituite da:
"Essa, inoltre, è invariante rispetto a k e pertanto può essere fattorizzata

una volta per tutte al tempo $t = 0$. Nel caso monodimensionale in esame tale fattorizzazione è basata sull'algoritmo di Thomas (si veda la sezione 3.7.1) e richiede quindi un numero di operazioni proporzionale a N_h. Nel caso multidimensionale converrà invece fare ricorso alla decomposizione di Cholesky $\mathrm{K} = \mathrm{H}^T\mathrm{H}$, essendo H una matrice triangolare superiore (si veda (3.41)). Pertanto, ad ogni istante temporale è necessario risolvere i due seguenti sistemi lineari triangolari, ciascuno di dimensione pari a N_h:"

pag. 470, riga -5,-4: All'interno della Tabella 12.1:
"$\mathcal{O}(\Delta x^2/\Delta t + \Delta t + \Delta x)$" deve essere sostituita da "$\mathcal{O}(\Delta x^2/\Delta t + \Delta t + \Delta x^2)$"
"$\mathcal{O}(\Delta t^2 + \Delta x^2)$" deve essere sostituita da "$\mathcal{O}(\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta t \Delta x^2)$"

pag. 471, riga 11: la frase "e così pure la viscosità artificiale." va tolta.

pag. 472, riga 3: "

$$\tau_j^n = \frac{u(x_j, t^{n+1}) - u(x_j, t^n)}{\Delta t} - a\frac{u(x_{j+1}, t^n) - u(x_{j-1}, t^n)}{2\Delta x}$$

" deve essere sostituita da "

$$\tau_j^n = \frac{u(x_j, t^{n+1}) - u(x_j, t^n)}{\Delta t} + a\frac{u(x_{j+1}, t^n) - u(x_{j-1}, t^n)}{2\Delta x}$$

"

pag. 472, riga 8,9: "per valori opportuni degli interi p e q"
deve essere sostituita da
"per valori opportuni positivi di p e q"

pag. 480, riga 17: le formule "$l = 10\Delta x$" e "$l = 4\Delta x$" devono essere sostituite da "$l = 20\Delta x$" e "$l = 8\Delta x$".

pag. 493: P. Erdös. "Problems and Results on the Theory of Interpolation". *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* **44**: pag. 235–244, 1961.
deve essere sostituita da
P. Erdös. "Problems and Results on the Theory of Interpolation. II". *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* **12**: pag. 235–244, 1961.