A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri,

Méthodes Numériques

Algorithmes, analyse et applications

Springer, Milan 2007

Errata

16 avril 2013

page 31 : Conseil pour la solution de l'exercice 4 : $\mathrm{I} + \mathrm{B} = 2\mathrm{I} - (\mathrm{I} - \mathrm{B})$

page 77, ligne 4 : "$i \neq j$" doit être remplacée par "$i \leq j$"

page 79, ligne 9 : "*Si* A *est une matrice à diagonale dominante par ligne..*" doit être remplacée par "*Si* A *est une matrice à diagonale strictement dominante par ligne...*"

page 87, ligne -6 : "(c'est-à-dire $\tilde{\mathrm{Q}}^{-1} = \tilde{\mathrm{Q}}^T$)" doit être remplacée par "(c'est-à-dire, $\tilde{\mathrm{Q}}^T\tilde{\mathrm{Q}} = \mathrm{I}_n$, où I_n est la matrice identité de taille n)"

page 129 : Après la formule (4.28), ajouter :
"où $K_2(\mathrm{P}^{-1}\mathrm{A}) = \lambda_1/\lambda_n$."

page 130, ligne 15 : "La matrice R_α est symétrique définie positive" doit être remplacée par "La matrice R_α est symétrique"

page 145 : Après la formule (4.48), ajouter :
"où $K_2(\mathrm{A}) = \lambda_1/\lambda_n$ et λ_1 (resp. λ_n) est la plus grande (resp. la plus petite) valeur propre de A."

page 220, ligne 1,2 : "Supposons $f \in C^1(\mathcal{I})$ et $f'(\alpha) \neq 0$ (*i.e.* α est une racine simple de f)"
doit être remplacée par
"Supposons $f \in C^1(\mathcal{J})$ et $f'(x) \neq 0,\ \forall x \in \mathcal{J} \setminus \{\alpha\}$"

page 220, ligne 9 : la phrase “... par une accélération de la convergence, la méthode de Newton étant d’ordre 2”
doit être remplacée par
“... par une accélération de la convergence si α est un zéro simple (c’est-à-dire tel que $f'(\alpha) \neq 0$). En effet, dans ce cas, la méthode de Newton est d’ordre 2”

page 225, ligne 1,2 : la phrase “... ϕ continue et différentiable dans un voisinage $\mathcal{J}$ de α”
doit être remplacée par
“... ϕ continue et continûment différentiable dans un voisinage $\mathcal{J}$ de α”

page 225, ligne 5,6 : “$x^{(n)}$” doit être remplacée par “$x^{(k)}$”
“$x^{(n+1)}$” doit être remplacée par “$x^{(k+1)}$”

page 227, ligne 4 : “alors la méthode (6.16) n’est plus du second ordre.”
doit être remplacée par
“(c’est à dire $f'(\alpha) = 0, \ldots, f^{(m-1)}(\alpha) = 0$), alors la méthode de Newton (6.16) est toujours convergente, sous la condition que $x^{(0)}$ soit choisi de manière appropriée et $f'(x) \neq 0 \ \forall x \in \mathcal{J} \setminus \{\alpha\}$, mais, dans ce cas, la convergence n’est que d’ordre 1.”

page 256, exercice 6 : ” Analyser la convergence de la méthode de point fixe $x^{(k+1)} = \phi_j(x^{(k)})$ pour le calcul des zéros $\alpha_1 = -1$ et $\alpha_2 = 2$ de la fonction $f(x) = x^2 - x - 2$, quand on utilise les fonctions d’itération suivantes : $\phi_1(x) = x^2 - 2$, $\phi_2(x) = \sqrt{2+x}$ $\phi_3(x) = -\sqrt{2+x}$ et $\phi_4(x) = 1 + 2/x$, $x \neq 0$.
[*Solution* : la méthode ne converge pas avec ϕ_1, elle converge seulement vers α_2 avec ϕ_2 et ϕ_4, et elle converge seulement vers α_1 avec ϕ_3].”
doit être remplacée par :
”Analyser la méthode de point fixe (en ce qui concerne la consistance et la convergence) $x^{(k+1)} = \phi_j(x^{(k)})$ pour le calcul des zéros $\alpha_1 = -1$ et $\alpha_2 = 2$ de la fonction $f(x) = x^2 - x - 2$, quand on utilise les fonctions d’itération suivantes : $\phi_1(x) = x^2 - 2$, $\phi_2(x) = \sqrt{2+x}$, $\phi_3(x) = -\sqrt{2+x}$ et $\phi_4(x) = 1 + 2/x$, $x \neq 0$.

[*Solution* : La méthode avec ϕ_1 et ϕ_4 n'est pas consistante pour calculer les racines de f, mais avec ϕ_2, elle est consistante uniquement pour α_2, alors qu'avec ϕ_3, elle ne l'est que pour α_1. Le choix ϕ_1 n'est pas convergent, les choix ϕ_2 et ϕ_3 sont convergents et le choix ϕ_4 est convergent uniquement vers α_2.]"

page 306, ligne 1 : "déduit immédiatement (8.26)" doit être remplacée par "déduit immédiatement (8.26), en rappelant que $\gamma_n = n + 2$ et"

page 312, ligne -cw1012 : "$\displaystyle\int_0^\pi (e^{x/2} + \cos 4x)dx = 2(e^\pi - 1) \simeq 7.621$,"
doit être remplacée par
"$\displaystyle\int_0^\pi (e^{x/2} + \cos 4x)dx = 2(e^{\pi/2} - 1) \simeq 7.621$,"

page 356, ligne 2 :
"$\displaystyle\Pi_N^F f(x_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k e^{ikjh} e^{-ijh\frac{N}{2}} = \sum_{l=0}^{N-1} f(x_l) \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-ik(l-j)h} \right] = f(x_j)$."
doit être remplacée par
"$\displaystyle\Pi_N^F f(x_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k e^{ikjh} e^{-ijh\frac{N}{2}} = \sum_{l=0}^{N-1} f(x_l) \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-ik(l-j)h} e^{i\pi(l-j)} \right] =$
$f(x_j)$."

page 356, formule (9.58) :
"$\displaystyle f(x_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k e^{ik(j-\frac{N}{2})h} = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k W_N^{-(j-\frac{N}{2})k}, \ j = 0, \ldots, N-1$."
doit être remplacée par
"$\displaystyle f(x_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k e^{ij(k-\frac{N}{2})h} = \sum_{k=0}^{N-1} \widetilde{f}_k W_N^{-(k-\frac{N}{2})j}, \ j = 0, \ldots, N-1$."

page 356, formule 11 :
"$C_{jk} = W_N^{-(j-\frac{N}{2})k}, \quad j, k = 0, \ldots, N-1$."
doit être remplacée par
"$C_{jk} = W_N^{-(k-\frac{N}{2})j}, \quad j, k = 0, \ldots, N-1$."

page 357 : Program 77 correctly works, nevertheless the variables `j` and `k` could be exchanged in order they assume the meaning assigned in the definition of matrix C at pag. 356. The new version reads :

```
function fv = idft(N,fc)
%IDFT Transformation de Fourier discrte inverse.
%   FV=IDFT(N,F)  calcule les coefficients de la
%   transformation de Fourier
%   discrte inverse d'une fonction F.
h  = 2*pi/N; wn = exp(-i*h);
for j=0:N-1
   s = 0;
   for k=0:N-1
      s = s + fc(k+1)*wn^(-j*(k-N/2));
   end
   fv (j+1) = s;
end
return
```

page 366, exercice 5 : "Calculer les poids et les noeuds des formules de quadrature

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{i=0}^{n}\omega_i f(x_i),$$

de manière à ce que leur ordre soit maximal, avec

$$\begin{array}{ll} \omega(x) = \sqrt{x}, & a=0, \quad b=1, n=1; \\ \omega(x) = 2x^2+1, & a=-1, b=1, n=0; \\ \omega(x) = \begin{cases} 2 \text{ pour } 0 < x \leq 1, \\ 1 \text{ pour } -1 \leq x \leq 0 \end{cases} & a=-1, b=1, n=1; \end{array}$$

[*Solution* : pour $\omega(x) = \sqrt{x}$, les noeuds sont $x_1 = \frac{5}{9} + \frac{2}{9}\sqrt{10/7}$, $x_2 = \frac{5}{9} - \frac{2}{9}\sqrt{10/7}$, d'où on déduit les poids (ordre 3) ; pour $\omega(x) = 2x^2+1$, on obtient $x_1 = 3/5$ et $\omega_1 = 5/3$ (ordre 1) ; pour $\omega(x) = 2x^2+1$, on a $x_1 = \frac{1}{22} + \frac{1}{22}\sqrt{155}$, $x_2 = \frac{1}{22} - \frac{1}{22}\sqrt{155}$ (ordre 3)."
doit être remplacée par
"Calculer les poids α_i et les noeuds x_i de la formule de quadrature suivante

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{i=0}^{n}\alpha_i f(x_i),$$

de telle manière que l'ordre soit maximal étant donné

$$\text{(A) } w(x) = \sqrt{x}, \qquad a = 0, \quad b = 1, n = 1;$$

$$\text{(B) } w(x) = 2x^2 + 1, \qquad a = 0, \quad b = 1, n = 0;$$

$$\text{(C) } w(x) = \begin{cases} 2 & \text{if } \ 0 < x \le 1, \\ 1 & \text{if } \ -1 \le x \le 0 \end{cases} \qquad a = -1, b = 1, n = 1.$$

[*Solution* : cas (A) : les noeuds $x_0 = \frac{5}{9} + \frac{2}{9}\sqrt{10/7}$, $x_1 = \frac{5}{9} - \frac{2}{9}\sqrt{10/7}$ sont obtenus, d'où les poids α_i peuvent être calculés (ordre 3) ; cas (B) : on obtient $x_0 = 3/5$ et $\alpha_0 = 5/3$ (ordre 1) ; cas (C) : on obtient $x_0 = \frac{1}{22} + \frac{1}{22}\sqrt{155}$, $x_1 = \frac{1}{22} - \frac{1}{22}\sqrt{155}$ (ordre 3).]"

page 375 : La définition 10.4 (Zéro-stabilité des méthodes à un pas) doit être remplacée par

Définition 10.4 (Zéro-stabilité des méthodes à un pas) La méthode numérique (10.11) pour l'approximation du problème (10.1) est *zéro-stable* si

$\exists h_0 > 0$, $\exists C > 0$ et $\exists \varepsilon_0 > 0$ tels que $\forall h \in (0, h_0]$ et $\forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, si $|\delta_n| \le \varepsilon$, $0 \le n \le N_h$, alors

$$|z_n^{(h)} - u_n^{(h)}| \le C\varepsilon, \qquad 0 \le n \le N_h,$$

où $z_n^{(h)}$ et $u_n^{(h)}$ sont respectivement les solutions des problèmes

$$\begin{cases} z_{n+1}^{(h)} = z_n^{(h)} + h\left[\Phi(t_n, z_n^{(h)}, f(t_n, z_n^{(h)}); h) + \delta_{n+1}\right], \ n = 0, \ldots, N_h - 1 \\ z_0^{(h)} = y_0 + \delta_0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1}^{(h)} = u_n^{(h)} + h\Phi(t_n, u_n^{(h)}, f(t_n, u_n^{(h)}); h), \ n = 0, \ldots, N_h - 1 \\ u_0^{(h)} = y_0. \end{cases}$$

page 389, ligne -13 : La phrase "Noter que l'erreur de troncature locale est exactement $\mathcal{L}[y(t_n); h]$."

doit être remplacée par

"Noter que l'erreur de troncature locale est exactement $\frac{1}{h}\mathcal{L}[y(t_n); h]$."

page 389, ligne -9,-8 : "Par conséquent, si la méthode multi-pas est d'ordre q et si $y \in C^{q+1}(I)$, on a

$$\tau_{n+1}(h) = C_{q+1}h^{q+1}y^{(q+1)}(t_{n-p}) + \mathcal{O}(h^{q+2}).''$$

doit être remplacée par
"Par conséquent, si

$$C_0 = C_1 = \ldots = C_q = 0, \tag{0.1}$$

alors

$$\mathcal{L}[y(t_n); h] = h\tau_{n+1}(h) = C_{q+1}h^{q+1}y^{(q+1)}(t_{n-p}) + \mathcal{O}(h^{q+2}).$$

A la vue de la définition 11.9, la méthode multi-pas est d'ordre q. On note que les conditions (0.1) peuvent donner lieu à des conditions algébriques sur les coefficients $\{a_j, b_j\}$ de la méthode multi-pas, comme nous le verrons dans le théorème 10.3 (pag. 393). Il vaut la peine de remarquer qu'un choix différent de l'origine à partir de laquelle les termes $w(t-jh)$ et $w'(t-jh)$ sont développés donnerait a priori un ensemble différent de constantes $\{C_k\}$. Toutefois, comme remarqué dans [Lam91, pp.48–49], le premier coefficient non-nul C_{q+1} est invariant (alors que les autres coefficients C_{q+j}, $j \geq 2$ ne le sont pas)."

page 396 : Les trois premières lignes de la définition 10.13 doivent être remplacées par :
"la méthode multi-pas (10.46) est zéro-stable si
$\exists h_0 > 0$, $\exists C > 0$ et $\exists \varepsilon_0 > 0$ tels que $\forall h \in (0, h_0]$, $\forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, si $|\delta_n| \leq \varepsilon$, $0 \leq n \leq N_h$, alors

$$|z_n^{(h)} - u_n^{(h)}| \leq C\varepsilon, \qquad 0 \leq n \leq N_h,$$

page 396, ligne 14,15 :
"pour $p \leq n \leq N_h - 1$, où $|\delta_k| \leq \varepsilon$, $0 \leq k \leq N_h$, $w_0^{(h)} = y_0$ et où $w_k^{(h)}$, $k = 1, \ldots, p$,..."
doit être remplacée par
"pour $p \leq n \leq N_h - 1$, $w_0^{(h)} = y_0$ et $w_k^{(h)}$, $k = 1, \ldots, p$,..."

page 397, ligne -10,-9 :

$$u_n = \sum_{j=1}^{k'} \left(\sum_{s=0}^{m_j - 1} \gamma_{sj} n^s \right) [r_j(h\lambda)]^n, \qquad n = 0, 1, \ldots,$$

où $r_j(h\lambda)$, $j = 1, \ldots, k'$,
doit être remplacée par

$$u_n = \sum_{j=0}^{k'} \left(\sum_{s=0}^{m_j-1} \gamma_{sj} n^s \right) [r_j(h\lambda)]^n, \qquad n = 0, 1, \ldots,$$

où $r_j(h\lambda)$, $j = 0, \ldots, k'$,

page 400, formule (10.62) : La formule (10.62) doit être remplacée par

$$\exists h_0 > 0, \exists C > 0 : \forall h \leq h_0 \quad |u_n| \leq C(|u_0| + \ldots + |u_p|), \quad \forall n \geq p+1.$$

page 409, ligne -3 : "u_{n+1}" doit être remplacée par "u^*_{n+1}"

page 410, ligne 3 : La formule

$$u_{n+1} = y_n + hF(t_n, y_n, h; f) = y_n + h(b_1 K_1 + b_2 K_2)$$

doit être remplacée par

$$u^*_{n+1} = y_n + hF(t_n, y_n, h; f) = y_n + h(b_1 K_1 + b_2 K_2)$$

page 410, ligne 10 : La formule

$$u_{n+1} = y_n + hf_n(b_1 + b_2) + h^2 c_2 b_2 (f_{n,t} + f_n f_{n,y}) + \mathcal{O}(h^3)$$

doit être remplacée par

$$u^*_{n+1} = y_n + hf_n(b_1 + b_2) + h^2 c_2 b_2 (f_{n,t} + f_n f_{n,y}) + \mathcal{O}(h^3)$$

page 411, ligne 5,16 : De la ligne 5 à la ligne 16 (inclues) "u_{n+1}" doit être remplacée par "u^*_{n+1}",
"$\widehat{u}_{n+1}$" doit être remplacée par "$\widehat{u}^*_{n+1}$".

page 411 : Après la formule

$$y_{n+1} - u^*_{n+1} \simeq \frac{u^*_{n+1} - \widehat{u}^*_{n+1}}{(2^{p+1} - 1)} = \mathcal{E}$$

ajouter :
"En pratique, puisque u^*_{n+1} et $\widehat{u}^*_{n+1}$ sont inconnus, on évalue

$$\mathcal{E} = \frac{u_{n+1} - \widehat{u}_{n+1}}{(2^{p+1} - 1)},$$

u_{n+1} and $\widehat{u}_{n+1}$ étant les solutions numériques obtenues avec des pas de discrétisation h et $2h$, respectivement."

page 459, ligne 10 : "(voir Exercice 3)" doit être remplacée par :
"(voir Exercice 3 du Chapitre 4. On note que $h^2\mathrm{A}_{\mathrm{fd}}$ coïncide avec la matrice A de l'Exercice 3 du Chapitre 4 avec $\alpha = 2$)"

page 461, ligne -14,-10 : "Comme M et A_{fe} sont symétriques définies positives, la matrice K l'est aussi. On peut donc effectuer, à $t = 0$, sa décomposition de Cholesky $\mathrm{K} = \mathrm{H}^T\mathrm{H}$, où H est une matrice triangulaire supérieure (voir Section 3.4.2). On doit alors résoudre à chaque pas de temps les deux systèmes linéaires triangulaires de taille de N_h"
doit être remplacée par
"De plus, K est indépendant de k et donc il peut être factorisé une seule fois à $t = 0$. Pour le cas unidimensionel que l'on traite, cette factorisation est basée sur la méthode de Thomas et elle requiert un nombre d'opérations proportionel à N_h. Dans le cas multidimensionel, l'usage de la factorisation de Cholesky $\mathrm{K} = \mathrm{H}^T\mathrm{H}$, H étant une matrice triangulaire supérieure (voir Section 3.4.2), est plus pratique. Par conséquent, à chaque pas de temps, les deux systèmes triangulaires supérieurs suivants, chacun de taille N_h, doivent être résolus :"

page 473, ligne 4,5 : Dans la table 12.1 :
"$\mathcal{O}(\Delta x^2/\Delta t+\Delta t+\Delta x)$" doit être remplacée par "$\mathcal{O}(\Delta x^2/\Delta t+\Delta t+\Delta x^2)$"
"$\mathcal{O}(\Delta t^2 + \Delta x^2)$" doit être remplacée par "$\mathcal{O}(\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta t\Delta x^2)$"

page 473, ligne -1 :

$$\tau_j^n = \frac{u(x_j, t^{n+1}) - u(x_j, t^n)}{\Delta t} - a\frac{u(x_{j+1}, t^n) - u(x_{j-1}, t^n)}{2\Delta x}$$

doit être remplacée par

$$\tau_j^n = \frac{u(x_j, t^{n+1}) - u(x_j, t^n)}{\Delta t} + a\frac{u(x_{j+1}, t^n) - u(x_{j-1}, t^n)}{2\Delta x}$$

page 481, ligne -4,-3 : ”$l = 10\Delta x$” doit être remplacée par ”$l = 20\Delta x$” ”$l = 4\Delta x$” doit être remplacée par ”$l = 8\Delta x$”

page 520 : “Erdös P. (1961) Problems and Results on the Theory of Interpolation. *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* 44 : 235–244.”
doit être remplacée par
“Erdös P. (1961) Problems and Results on the Theory of Interpolation. II. *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* 12 : 235–244.”